

الصل الفوضيبي،

التصريح الأول

تبيان صيغة العبارات التالية:

$$RSS = TSS - \hat{\beta}^2 \sum (x_t - \bar{x})^2$$

$$RSS = TSS - ESS.$$

$$\Rightarrow ESS \doteq \hat{\beta}^2 \sum (x_t - \bar{x})^2$$

$$ESS = \sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2$$

$$= \sum (\hat{\alpha} + \hat{\beta}x_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}\bar{x})^2$$

$$= \sum (\hat{\beta}x_t - \hat{\beta}\bar{x})^2$$

$$= \hat{\beta}^2 \sum (x_t - \bar{x})^2$$

$$ESS = \hat{\beta}^2 \sum (x_t - \bar{x})^2$$

$$RSS = TSS - \hat{\beta}^2 \sum (x_t - \bar{x})^2$$

$$RSS \doteq (1 - R^2) TSS$$

$$= \left(1 - \frac{ESS}{TSS}\right) TSS$$

$$= \left(\frac{TSS}{TSS} - \frac{ESS}{TSS}\right) TSS$$

$$= \left(\frac{TSS - ESS}{TSS}\right) TSS$$

$$= TSS - ESS$$

$$= RSS.$$

(1)

02

02

12

حل التمرين الثاني

1- تقدير معاملات النموذج

$$(X'X) = \begin{pmatrix} 20 & 54 & 54 \\ 54 & 228 & 144 \\ 54 & 144 & 202 \end{pmatrix} \quad (05) \quad , \quad (X'Y) = \begin{pmatrix} 51 \\ 184 \\ 158 \end{pmatrix}$$

حساب محدد المصفوفة $(X'X)$:

$$\det(X'X) = 20 \begin{vmatrix} 228 & 144 \\ 144 & 202 \end{vmatrix} - 54 \begin{vmatrix} 54 & 144 \\ 54 & 202 \end{vmatrix} + 54 \begin{vmatrix} 54 & 228 \\ 54 & 144 \end{vmatrix}$$

$$= 20(25320) - 54(3132) + 54(-4536) \quad (01)$$

$$= 92328$$

$\det(X'X) = 92328$

$$(X'X)^{-1} = \frac{1}{92328}$$

$$\begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 228 & 144 \\ 144 & 202 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 54 & 144 \\ 54 & 202 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 54 & 228 \\ 54 & 144 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 54 & 54 \\ 144 & 202 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 20 & 54 \\ 54 & 202 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 20 & 54 \\ 54 & 144 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 54 & 54 \\ 228 & 144 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 20 & 54 \\ 54 & 144 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 20 & 54 \\ 54 & 228 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{92328} \begin{pmatrix} 25320 & -3132 & -4536 \\ -3132 & 1124 & 36 \\ -4536 & 36 & 1644 \end{pmatrix} \quad (01)$$

(2)

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} (X'Y) = \frac{1}{92328} \begin{pmatrix} 25320 & -3132 & -4536 \\ -3132 & 1124 & 36 \\ -4536 & 36 & 1644 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 51 \\ 184 \\ 158 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -0,0179 \\ 0,571 \\ 0,379 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} -0,0179 \\ 0,571 \\ 0,379 \end{pmatrix}$$

ومن ثم النموذج المقدر هو: $\hat{Y}_i = -0,0179 + 0,571X_{2i} + 0,379$ (01)

التفسير
 نستنتج من نتائج التقدير أن تأثير كل من عدد سنوات الدراسة الأولى والثانية على إيرادات كل فرد من سنوات الدراسة الأولى والثانية هو 0,571 و 0,379 على التوالي، ولكن مستوى الدراسة الأولى له تأثير أكبر من مستوى الدراسة الثانية (01)

حساب تنبؤات المعلمات

$$\text{Var}(\hat{\beta}) = \frac{1}{n} (X'X)^{-1}$$

$$\hat{\sigma}_m^2 = 0,932$$

لدينا

$$= \frac{0,932}{92328} \begin{pmatrix} 25320 & & \\ & 1124 & \\ & & 1644 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,255 & & \\ & 0,081 & \\ & & 0,016 \end{pmatrix} \quad (02)$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_1) = 0,255$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_2) = 0,011$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_3) = 0,016$$

0,5

اختبار فرضية العدم عند مستوى معنوية 5% (اختبار ستودنت)
بالنسبة لمعامل β_1 (المعادلة)

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = 0 \\ H_1: \beta_1 \neq 0 \end{cases}$$

0,25

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_1}{SE(\hat{\beta}_1)} = \frac{\hat{\beta}_1 - 0}{SE(\hat{\beta}_1)} = \frac{-0,0179}{\sqrt{0,255}} = \frac{-0,0179}{0,505} = -0,35$$

$$t_c = -0,035$$

0,5

القيمة الحرجة

$\alpha = 5\%$ (نمط الاختبار) $K = 3$ $n = 20$

$$t_{tab} = t_{\frac{\alpha}{2}, (n-K)} = t_{\frac{0,05}{2}, (20-3)} = t_{0,025, 17} = 2,11$$

$$t_{tab} = 2,11$$

0,1

نلاحظ ان $|t_c| = 0,035 < t_{tab} = 2,11$ فنقبل فرضية العدم ونقول ان المعامل β_1 غير مقبول احصائيا عند مستوى معنوية 5%.

0,5

$$\begin{cases} H_0: \beta_2 = 0 \\ H_1: \beta_2 \neq 0 \end{cases}$$

0,25

بالنسبة للمتغير β_2

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2}{SE(\hat{\beta}_2)} = \frac{0,571}{\sqrt{0,0511}} = \frac{0,571}{0,104} = 5,49$$

$t_c = 5,49$ 0,5

لأن $t_{tab} = 2,11 < t_c = 5,49$ نرفض فرضية H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ونقول أن المتغير β_2 مقبوله إحصائياً عند مستوى معنوية 5%.

$$\begin{cases} H_0: \beta_3 = 0 \\ H_1: \beta_3 \neq 0 \end{cases}$$

0,25

بالنسبة للمتغير β_3

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_3 - \beta_3}{SE(\hat{\beta}_3)} = \frac{0,379}{\sqrt{0,016}} = \frac{0,379}{0,126} = 3,007$$

$t_c = 3,007$ 0,5

لأن $t_{tab} = 2,11 < t_c = 3,007$ نرفض فرضية H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 ونقول أن المتغير β_3 مقبوله إحصائياً عند مستوى معنوية 5%.

3/ اختبار قيمة التغير في الكلية (TSS)

$$TSS = \sum y_t^2 - n\bar{y}^2$$

$$= 181 - 20(2,55)^2$$

$$= 181 - 130,05 = 50,95$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_t}{n} = \frac{51}{20} = 2,55$$

$\bar{y} = 2,55$

$TSS = 50,95$ 0,75

5

حساب التغيرات غير المشروحة (RSS):

$$RSS = \sum \hat{u}_t^2$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{\sum \hat{u}_t^2}{n-k} = \frac{\sum \hat{u}_t^2}{20-3} = \frac{\sum \hat{u}_t^2}{17} = 0,932$$

$$\Rightarrow \sum \hat{u}_t^2 = 17(0,932) = 15,844$$

$$RSS = 15,844$$

حساب التغيرات المشروحة (ESS):

$$ESS = TSS - RSS$$

$$= 50,95 - 15,844$$

$$= 35,106$$

$$ESS = 35,106$$

14 حساب قيمة معامل التحديد R^2

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = \frac{35,106}{50,95} = 0,689$$

$$R^2 = 0,689$$

التفسير
نتيجة من قيمة $R^2 = 0,689$ أن 68,9% من تغيرات المتغير التابع (عدد سنوات دراسة السيد) مشروحة بواسطة تغيرات المتغيرات المستقلة، والباقي 31,1% تفسره عوامل أخرى.