الحل النموذجي لامتحان الدورة العادية للسداسي الرابع 2024/2023

مقياس: أساسيات بحوث العمليات

التمرين الأول (7نقاط) :

1) **متغيرات القرار:**

- ✓ x_1: عدد الطلبة (الذكور) المقبولين في الماستر تخصص إدارة الأعمال (0.50 ن)
- ✓ x_2: عدد الطالبات (الاناث) المقبولين في الماستر تخصص إدارة الأعمال (0.50 ن)

2) **دالة الهدف:** $MinZ = (6 * 200)x_1 + (6 * 200)x_2$

$MinZ = 1200\,x_1 + 1200\,x_2$ (1 ن)

3) **القيود :**

- ✓ قيد عدد الطلبة الإجمالي(ذكور+اناث) المسجلين في الماستر تخصص إدارة الأعمال

الاجمالي الطلبة عدد $x_1 + x_2 = 600$ (0.75 ن)

- ✓ قيد عدد الطالبات في المبنى 2000: $x_2 \geq 40$ (0.75 ن)
- ✓ قيد عدد اللطلبة في المبنى 2000: $x_1 \leq 50$ (0.75 ن)
- ✓ قيد عدد اللطلبة في مبنى 1000: $x_1 \geq 60$ (0.75 ن)
- ✓ قيد عدد اللطلبة في اليوم في المبنى 2000 و المبنى 1000 : $x_1 \leq 90$ (0.75 ن)
- ✓ قيد عدد اللطلبة في اليوم في المبنى 2000 و المبنى 1000 : $x_2 \leq 90$ (0.75 ن)
- ✓ شرط عدم السلبية : $x_1 ، x_2 \geq 0$ (0.5 ن)

و عليه يكون البرنامج الرياضي الخطي كالتالي:

$$MinZ = 1200\,x_1 + 1200\,x_2$$

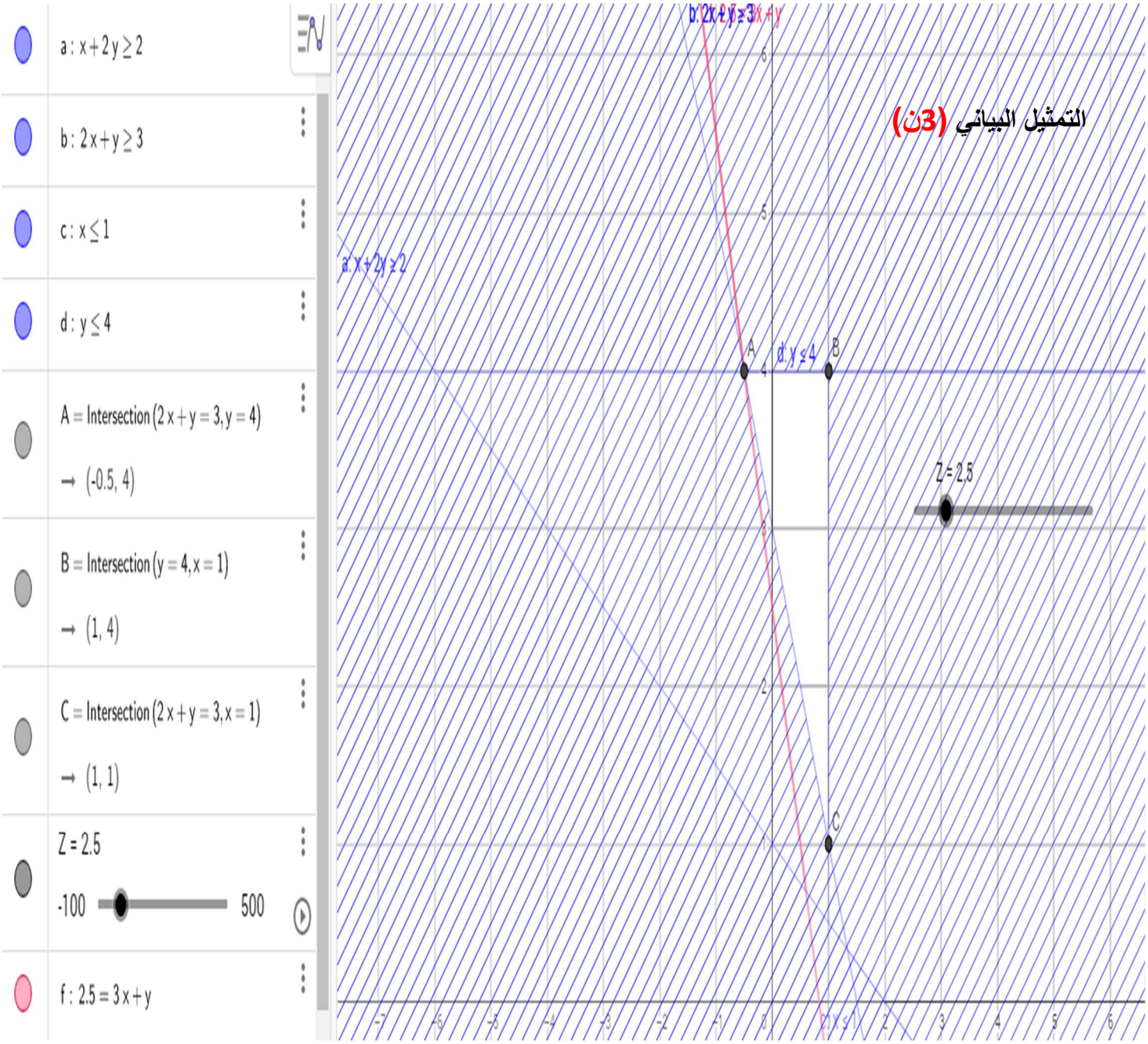
$$S/C \begin{cases} x_1 + x_2 = 600 \\ x_2 \geq 40 \\ x_1 \leq 50 \\ x_1 \geq 60 \\ x_1 \leq 90 \\ x_2 \leq 90 \\ x_1 ، x_2 ، \geq 0 \end{cases}$$

التمرين الثاني (7 نقاط) : الحل البياني

$$Min\ Z = 3X_1 + X_2$$

$$S/C \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 \leq 1 \\ x_2 \leq 4 \\ x_1 ، \geq 0 \\ x_1\ QQ\ \text{ا م غ} \end{cases}$$

جدول النقاط المساعدة للرسم		
المعادلات	x_1	x_2
$x_1 + 2x_2 = 2$ (ن0.5)	0	1
	2	0
(ن0.5) $2x_1 + x_2 = 3$	0	3
	3/2	0
(ن0.5) $x_1 = 1$	1	2
	1	0
(ن0.5) $x_2 = 4$	1	4
	2	4
(ن1) $\boldsymbol{Z = 3X_1 + X_2 = 0}$	0	0
	-1	3



بعد رسم كل معادلة على حدة، نقوم بتحديد المنطقة المقبولة بالنسبة لكل متراجحة ونشطب المنطقة المرفوضة وبالتالي تتحصل على منطقة الحلول الممكنة، أقل قيمة لدالة الهدف وهو الحل الأمثل ($x_1{}^* = -1/2, x_2{}^* = 4, Z^* = 2.5$) .

وهذا معناه أنه عند النقطة تتحقق أقل قيمة ممكنة لدالة الهدف، فإن الحل الأمثل يساوي Z=2.5. (1ن)

التمرين الثالث (7 نقاط): حل البرنامج الرياضي التالي باستخدام M الكبيرة (La méthode du Big M):

كتابة البرنامج على الشكل القانوني: (1ن)

$$MinZ = 5X_1 + 7X_2 + M\sum y_i$$

$$S/C \begin{cases} x_1 + 2x_2 + y_1 = 50 \\ x_1 - s_2 + y_2 = 20 \\ x_2 + s_3 = 20 \\ x_1 ، x_2 \geq 0 \quad \text{متغيرات القرار} \\ s_2 ، s_3 \geq 0 \quad \text{متغيرات الفجوة} \\ y_1 , y_2 \geq 0 \quad \text{متغيرات اصطناعية} \end{cases}$$

$$Z = 5X_1 + 7X_2 + M\sum y_i$$

$$y_1 = 50 - x_1 - 2x_2$$

$$y_2 = 20 - x_1 + s_2$$

$$y_1 + y_2 = 70 - 2x_1 - 2x_2 + s_2$$

$$Z = 5X_1 + 7x_2 + M(70 - 2x_1 - 2x_2 + s_2)$$

$$Z = (5 - 2M)X_1 + (7 - 2M)X_2 + M\, s_2 + 70\, M$$

$$(1ن)\quad Z + (2M - 5)X_1 + (2M - 7)X_2 - M\, s_2 = 70\, M$$

الجدول الأول : (1ن)

المتغير الداخل VE

عنصر الارتكاز Pivot

VHB / VB	X_1	X_2	S_2	S_3	y_1	y_2	b_i	b_i/a_{ij}
y_1	1	2	0	0	1	0	50	50
y_2	1	0	−1	0	0	1	20	50
S_3	0	1	0	1	0	0	20	/
$Z_j - C_j$	$2M - 5$	$2M - 7$	$-M$	0	0	0	$70\,M$	/

المتغير الخارج VS

الجدول الثاني: (1.5ن)

المتغير الداخل VE

عنصر الارتكاز Pivot

المتغير الخارج VS

VHB / VB	X1	X2	s_2	s_3	y_1	bi	bi/aij
y_1	0	2	1	0	1	30	15
X1	1	0	−1	0	0	20	/
s_3	0	1	0	1	0	20	20
Zj- Cj	0	$2M-7$	$M-5$	0	0	$30M-100$	

الجدول الثالث: (1.5ن)

VHB / VB	X1	X2	s_2	s_3	bi
x_2	0	1	1/2	0	15
X1	1	0	−1	0	20
s_3	0	0	−1/2	1	5
Zj- Cj	0	0	−3/2	0	205

نلاحظ أن شرط الأمثلية محقق وهو Zj- Cj <= 0 وهو ما يعني أن الحل الأمثل هو: (1ن)

$X^*_1=20$, $X^*_2=15$, $S^*_2=0$, $S^*_3=5$, $Z^*=205$